Ma5201 Complejidad Computacional **23 de Abril de 2016**

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: S. Pérez*

TIEMPO: 5 HRS 20 MIN

Para consultas, contactar al Auxiliar (9 8293 3544)

PROBLEMA 1:

(i).- (2.0 pts) Pruebe que $L := \{0^m 1^n : m \neq n\}$ no es regular.

Indicación: Use propiedades de clausura de lenguajes regulares.

(ii).- Se define la clausura rotacional de un lenguaje A como $\mathrm{CR}(A) := \{yx : xy \in A\}$.

(ii.1).- (2.0 pts) Pruebe que $\mathrm{CR}(A) = \mathrm{CR}(\mathrm{CR}(A))$.

(ii.2).- (2.0 pts) Pruebe que si A es regular, entonces $\mathrm{CR}(A)$ es regular.

PROBLEMA 2:

(i).- (2.0 pts) Defina formalmente un modelo de mT determinista con cinta bidimensional. Sea $T(n)$ una función tal que existe una mT determinista que en la entrada 1^n calcula $1^{T(n)}$ en tiempo $O(T(n))$. Pruebe que una mT determinista con cinta bidimensional que en entradas de largo n toma tiempo $T(n)$ puede ser simulada por una mT determinista multicinta en tiempo $O(T^2(n))$.

(ii).- (2.0 pts) Sea L decidido por una mT determinista en tiempo $T(n)$. Pruebe que para todo $\varepsilon > 0$ existe una mT determinista M_ε que decide L en tiempo $\varepsilon \cdot T(n) + O(n)$.

Indicación: Use como alfabeto de cinta Σ_L^m con $m = O(\varepsilon^{-1})$.

(iii).- (2.0 pts) Pruebe que todo lenguaje L decidido por una mT no-determinista N con k cintas y en tiempo $T(n)$ puede ser decidido por una mT no-determinista N' con sólo 2 cintas en tiempo $O(1) \cdot k \cdot T(n)$.

Indicación: El no-determinismo es crucial. "Simule" cada una de las k cintas de N secuencialmente (recuerde que salvo por la cinta de entrada, las cintas de N comienzan en blanco).

PROBLEMA 3:

(i).- (2.0 pts) Sea $L := \{\langle M\rangle : M$ es mT que se detiene en alguna entrada$\}$. Determine si L es decidible. En caso de no serlo, determine si es reconocible. Justifique.

(ii).- Sea $\mathcal{C}$ un conjunto de lenguajes reconocibles y $L_{\mathcal{C}}$ como en el Teorema de Rice, i.e.,

$$L_{\mathcal{C}} := \{\langle M\rangle : M \text{ es mT y } L_M \in \mathcal{C}\}.$$

A continuación veremos condiciones que implican que $L_{\mathcal{C}}$ no es reconocible.

> (ii.1).- (2.0 pts) Pruebe que si $L \in \mathcal{C}$ es un lenguaje infinito tal que para todo $S \subseteq L$ finito se tiene que $S \notin \mathcal{C}$, entonces $L_{\mathcal{C}}$ no es reconocible.
>
> Indicación: Dado M mT y $\omega \in \Sigma_M^*$, describa una mT $T_{M,\omega}$ tal que $L_{T_{M,\omega}} = L$ si $\omega \notin L_M$, y $L_{T_{M,\omega}} = \{\alpha \in L : M$ no acepta ω en tiempo a lo más $|\alpha|\}$ si $\omega \in L_M$. Asuma que $L_{\mathcal{C}}$ es reconocible y obtenga una contradicción.
>
> (ii.2).- (2.0 pts) Pruebe que si existen $L_1 \in \mathcal{C}$ y $L_2 \notin \mathcal{C}$ tales que $L_1 \subseteq L_2$ y L_2 es reconocible, entonces $L_{\mathcal{C}}$ no es reconocible.