Ma5201 Complejidad Computacional	**20 de Julio de 2013**

Control 3

Prof. Cátedra: M. Kiwi — *Prof. Auxiliar: P. Muñoz, D. Salas*

TIEMPO: 4.0 HRS

PROBLEMA 1:

(i).- (3.0 pts) Sea CicloImpar el conjunto de instancias $\langle G \rangle$ tales que G es un digrafo que posee un cíclo impar. Pruebe que CicloImpar es NL-completo.

(ii).- (3.0 pts) Pruebe que $\mathrm{NP}^{\Sigma_k^{\mathrm{P}} \cap \Pi_k^{\mathrm{P}}} = \Sigma_k^{\mathrm{P}}$ para todo $k \geq 1$.

PROBLEMA 2: El objetivo de este problema es probar que UPATH $\in$ RL asumiendo como cierto el siguiente resultado: Sea $G = (V,E)$ multi-grafo d-regular conexo con búcles en cada uno de sus vértices y $A = A(G)$ su matríz de adyacencia. Sea $\widehat{A} = \frac{1}{d}A$ la matríz doble-estocástica asociada a la caminata aleatoria en G. Si $\ell \in \mathbb{N}$ y $p = (p_v : v \in V) \in \mathbb{R}_+^{|V|}$ es tal que $\sum_{v \in V} p_v = 1$, entonces denotando por $\mathbb{I}$ el vector en $\mathbb{R}^{|V|}$ cuyas coordenadas son todas iguales a 1,

$$\left\| \widehat{A}^{\ell} p - \frac{1}{|V|}\mathbb{I} \right\|_2 \leq \left(1 - \frac{1}{8d|V|^3}\right)^{\ell}.$$

(i).- (1.5 pts) Sea RegUPATH el conjunto de instancias $\langle G,s,t \rangle$ tales que G es un multi-grafo regular, con a lo más $|V(G)|$ búcles en cada nodo, donde existe un camino entre s y t. Probar que UPATH $\leq_L$ RegUPATH.

<u>Indicación</u>: Agregue muuuchos búcles.

(ii).- (2.25 pts) Sea $\langle G,s,t \rangle$ una instancia de RegUPATH y H la componente conexa de $G = (V,E)$ a la que pertenece s. Pruebe que para $\ell = O(|V|^4 \ln |V|)$ la probabilidad que una caminata aleatoria en G de ℓ pasos que comienza en s, termine en $u \in V(H)$, es al menos $1/(2|V|)$.

(iii).- (2.25 pts) Concluya que RegUPATH $\in$ RL.