Ma50b Complejidad Computacional	**4 de Julio de 2009**

Examen

Prof. Cátedra: M. Kiwi — *Prof. Auxiliar: I. Fantini, T. González*

TIEMPO: 4.0 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- (2.0 pts) Sea SetCover el lenguaje de los $\langle S_1,\ldots,S_n;k\rangle$ donde $S_1,\ldots,S_n$ son subconjuntos, $k\in\mathbb{N}$, y tales que existe $I\subseteq\{1,\ldots,n\}$, $|I|\leq k$, tal que $\{S_i : i\in I\}$ es un recubrimiento de $\cup_{i=1}^{n}S_i$, i.e. $\cup_{i\in I}S_i=\cup_{i=1}^{n}S_i$. Pruebe que VertexCover mucho-a-uno reduce en tiempo polinomial a SetCover.

(ii).- (2.0 pts) Sea LinSAT el lenguaje de los $\langle A,b;k\rangle$ donde $A\in\mathbb{F}_2^{m\times n}$, $b\in\mathbb{F}_2^m$, $k\in\mathbb{N}$, y tales que existe un $x\in\mathbb{F}_2^n$ que satisface al menos k de las ecuaciones lineales $A_{i,\star}x=b_i$, con $i\in\{1,\ldots,m\}$. Pruebe que LinSAT es NP-completo.

<u>Indicación</u>: Considere una claúsula C de una fórmula Booleana en forma 3CNF. Sea $t\leq 3$ el número de literales de C. Asociele 2^t-1 ecuaciones lineales a C de manera que exactamente 2^{t-1} se satisfagan en las asignaciones Booleanas que hacen verdadera a C.

(iii).- (2.0 pts) Sea APath el lenguaje de los $\langle A,s,t\rangle$ tales que $A=(V,E)$ es un digrafo acíclico presentado por niveles,[1] y s y t son nodos de V tales que existe un camino en A de s a t. Indique cual es la clase más débil (de las vistas en el curso) a la que APath pertenece. ¿Es completo para dicha clase? Justifique sus respuestas.

PROBLEMA 2:

(i).- (3.0 pts) Pruebe que $\mathrm{MIP}=\mathrm{PCP}(\mathrm{poli}(n),\mathrm{poli}(n))$.

<u>Indicación</u>: El resultado que se pide probar se demostró en cátedra.

(ii).- Suponga que un dispositivo de poca memoria tiene acceso a un flujo $a_1,\ldots,a_n$ y posteriormente un flujo $b_1,\ldots,b_n$ donde $a_i,b_i\in\{0,1\}^\ell$. El dispositivo debe aceptar si $b_1,\ldots,b_n$ es una permutación de $a_1,\ldots,a_n$, y rechazar en caso contrario.

> (ii.1).- (1.5 pts) Pruebe que si el dispositivo actua de manera determinista y puede alcanzar a lo más $N<\binom{2^\ell+n-1}{n-1}$ configuraciones distintas, entonces no puede tener éxito en todas las instancias.
>
> (ii.2).- (1.5 pts) Asumiendo que multiplicar y sumar en $\mathbb{F}_2^{k\ell}$ toma espacio $O(k\ell)$ en ambos casos, y tiempo $O((k\ell)^2)$ y $O(k\ell)$ respectivamente, sugiera un algoritmo probabilista a tiempo $O(n(\log(n/\varepsilon))^2)$ factible de ser implementado en espacio $O(\log(n/\varepsilon))$

[1] Se dice que un digrafo acíclico $A=(V,E)$ esta presentado por niveles si $V=\{v_1,\ldots,v_n\}$ y $v_iv_j\in E$ solo si $i<j$.

y que acepta con probabilidad 1 (respectivamente a lo más ε) si $b_1, \ldots, b_n$ es (respectivamente no es) una permutación de $a_1, \ldots, a_n$.