Ma50b Complejidad Computacional

16 de Abril de 2009

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi Prof. Auxiliar: I. Fantini, T. González

TIEMPO: 4.0 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- (2.0 pts) Determinar una expresión regular para el conjunto de ω 's en $\{0,1\}^*$ que NO contienen 101 como subpalabra.

(ii).- (2.0 pts) Considere los siguientes lenguajes

$$L_1 = \bigcup_{k=1}^{\infty} \left\{ 1^k \omega : \omega \text{ contiene a lo más } k \text{ unos} \right\},$$

$$L_2 = \bigcup_{k=1}^{\infty} \left\{ 1^k \omega : \omega \text{ contiene al menos } k \text{ unos} \right\},$$

$$L_3 = \left\{ \omega : \omega \text{ contiene tantos 01's como 10's} \right\}.$$

Para cada uno de estos lenguajes, especificar si es regular o no, y demuestre su afirmación.

(iii).- (2.0 pts) Sea
$$L \subseteq \Sigma^*$$
 regular y $S = \{\omega : \omega \omega^{\mathcal{R}} \in L\}$. ¿Es S regular? Justifique.

PROBLEMA 2:

(i).- (2.0 pts) Una máquina de Turing con *izquierda reseteo* es similar a una máquina de Turing normal excepto que su función de transición tiene la forma

$$\delta: Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{R, RESET\}$$
.

Si $\delta(q,a)=(r,b,RESET)$, cuando la máquina está en el estado q leyendo a, la cabeza lectora de la máquina escribe b en la cinta e inmediatamente "salta" a la primera celda y entra en el estado r. Notar que una máquina de Turing con izquierda-reseteo no puede mover su cabeza lectora hacia la izquierda. Pruebe que L es reconocible (respectivamente decidible) por una máquina de Turing con izquierda reseteo si y solo si es reconocible (respectivamente decidible) por una máquina de Turing normal.

(ii).- (2.0 pts) Pruebe que el siguiente lenguaje es co-reconocible, pero no es reconocible:

$$L = \{ \langle M, M' \rangle : M \text{ y } M' \text{ máquinas de Turing tales que } L_M \cap L_{M'} = \emptyset \}$$
.

(ii).- (2.0 pts) Sea $A = \{\langle D_1 \rangle, \langle D_2 \rangle, \langle D_3 \rangle, \ldots\}$ un lenguaje infinito de codificaciones de máquinas de Turing que paran cualquiera que sea su entrada. Suponga que A es reconocible (luego enumerable). Pruebe que existe un lenguaje decidible D tal que $D \neq L(M)$ cualquiera que sea $\langle M \rangle \in A$.

Indicación: Interprete los $\omega \in \{0,1\}^*$ como índices.