Ma50b Complejidad Computacional	**16 de Abril de 2005**
Control 1	
Prof. Cátedra: M. Kiwi	*Prof. Auxiliar: J. Soto*

TIEMPO: 5.0 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- (3.0 pts) Sean $L', L \subseteq \{0,1\}^*$. Para una secuencia $x \in \{0,1\}^*$ definimos $unos(x)$ como la cantidad de veces que el caracter 1 aparece en x. Sea

$$L' \overset{1}{\leftarrow} L = \left\{\omega' \in L' : \exists \omega \in L, unos(\omega') = unos(\omega)\right\}.$$

Pruebe que la clase de lenguajes regulares es cerrada bajo $\overset{1}{\leftarrow}$, i.e., si L' y L son lenguajes regulares, entonces $L' \overset{1}{\leftarrow} L$ también es lenguaje regular.

<u>Indicación</u>: Piense en el caso que $L' = \{0,1\}^*$.

(ii).- (3.0 pts) Construya un autómata apilador que reconozca el lenguaje generado por la gramática $G = (V, \Sigma, \mathcal{R}, S)$ donde $V = \{S, A\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ y $\mathcal{R} = \{S \to aAA, A \to aS|bS|a\}$.

PROBLEMA 2:

(i).- El objetivo de esta partes es probar que si L es lenguaje de contexto libre sobre un alfabeto de un símbolo entonces L es regular.

Para ello considere $L \subseteq 0^*$ lenguaje de contexto libre. Sea p el largo de bombeo de L.

(i.1).- (0.75 pts) Se dice que $A \subseteq 0^*$ es un conjunto lineal si $\exists a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$ tal que

$$A = L_{a,b} \overset{\text{def}}{=} \{0^m : \exists i \in \mathbb{N} \text{ tal que } m = a + ib\}.$$

Pruebe que si A es conjunto lineal entonces es regular.

(i.2).- (1.25 pts) Pruebe que si $m > p$ y $0^m \in L$ entonces $\exists n, q \in \mathbb{N}$, $q \neq 0$ tal que

$$m = n + q, \qquad q \leq p, \qquad \text{y} \qquad 0^m \in L_{n,q} \subseteq L.$$

(i.3).- (1.25 pts) Pruebe que L es unión de un conjunto finito y una cantidad finita de conjuntos lineales.

(i.4).- (0.75 pts) Pruebe L es regular.

(ii).- (2.0 pts) Pruebe que $L = \{\langle G \rangle : G \text{ es GLC}, \Sigma_G = \{0,1\}, \text{y } 0^* \subseteq L_G\}$ es decidible.

<u>Crédito parcial</u>: Pruebe que $L = \{\langle M \rangle : M \text{ es AF}, \Sigma_M = \{0,1\}, \text{y } 0^* \subseteq L_M\}$ es decidible.

PROBLEMA 3:

(i).- (2.0 pts) Diremos que una mT estándar es izquierda deficiente si su cabeza lectora puede permanecer sobre la misma celda o moverse una celda a la derecha (pero no puede moverse a la izquierda). Sea

$$A_{mT\,ID} = \{\langle M, \omega \rangle : M \text{ es mT izquierda deficiente, y } M(\omega) = acepta\} \ .$$

Pruebe que $A_{mT\,ID}$ es decidible.

(ii).- (2.0 pts) Sean $A, B \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes disjuntos. Se dice que $C \subseteq \Sigma^*$ *separa* A y B si $A \subseteq C$ y $B \subseteq \overline{C}$. Pruebe que si A y B son co–recursivamente enumerables, entonces hay un lenguaje decidible que los separa.

Indicación: Construya una mT de manera que siempre pare, acepte los elementos en A y no acepte los elementos en B. Defina C en base a la máquina que construyó.

(iii).- (2.0 pts) Sea Σ_2 el conjunto de todos los lenguajes L para los cuales existe un lenguaje decidible D donde $\Sigma_L \cup \{\#\} \subseteq \Sigma_D$ y

$$L = \{\omega \in \Sigma_L^* : \exists \Pi_1 \in (\Sigma_D \setminus \{\#\})^*, \forall \Pi_2 \in (\Sigma_D \setminus \{\#\})^*, \omega \# \Pi_1 \# \Pi_2 \in D\} \ .$$

Pruebe que $\overline{EQ_{mT}} \in \Sigma_2$.