MA-34A Prob. y Proc. Estocásticos	**25 de Octubre, 2004**

Control No. 3

Prof. Cátedra: M. Kiwi — *Prof. Auxiliares: R. Cortez, M. Soto*

TIEMPO: 3.0 HRS.

PROBLEMA 1: Sean $X_1, X_2, X_3 \sim$ Exponencial(λ) variables aleatorias independientes.

(i).- (3.0 pts) Verificar que $\min\{X_1, X_2\} \sim$ Exponencial(2λ).

(ii).- (3.0 pts) Determinar la función densidad de probabilidad de $X = \min\{X_1, X_2\} + X_3$.

PROBLEMA 2: Sean $Z_1, Z_2 \sim$ Exponencial(λ) variables aleatorias independientes. Se definen $U = \max\{Z_1, Z_2\}$ y $V = \min\{Z_1, Z_2\}$.

(i).- (2.5 pts) Verificar que

$$f_{U,V}(u,v) = \begin{cases} 2\lambda^2 e^{-\lambda(u+v)}\,, & \text{si } 0 < v < u, \\ 0\,, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

<u>Indicación</u>: $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A, B^c)$.

(ii).- (1.5 pts) ¿Son U y V independientes? Justifique.

(iii).- (2.0 pts) Usar el método del Jacobiano para verificar que $U - V \sim$ Exponencial(λ).

PROBLEMA 3: Tres personas P_1, P_2 y P_3 llegan al mismo instante a una caseta de teléfono (con dos teléfonos). Los dos teléfonos son ocupados inmediatamente por P_1 y P_2. La persona P_3 reemplazará a la primera que termine de hablar.

Sean T_1, T_2 y T_3 las variables aleatorias correspondientes a los tiempos que hablan por teléfono P_1, P_2 y P_3 respectivamente (se supone que las personas se retiran de la caseta una vez que terminaron de hablar). Asuma que $T_1, T_2, T_3 \sim$ Exponencial(λ) son independientes con distribución exponencial de parámetro λ.

(i).- (3.0 pts) Exprese $\mathbb{P}(\max\{T_1, T_2\} - \min\{T_1, T_2\} < T_3)$ como una doble integral y determine su valor.

<u>Indicación</u>: En el enunciado del Problema 2, a Ud se le da la función densidad de $\max\{T_1, T_2\} - \min\{T_1, T_2\}$.

(ii).- (3.0 pts) Diga en palabras, ¿qué representa la probabilidad calculada en (i)? ¿qué representa la variable aleatoria $T = \min\{T_1, T_2\} + T_3$?