MA-34A Prob. y Proc. Estocásticos **16 de Agosto, 2004**

Control No. 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliares: R. Cortez, M. Soto*

TIEMPO: 2.5 HRS.

PROBLEMA 1: En una determinada regin 7 radio-emisoras transmiten de jueves a domingo, entre las 21:00 y 22:00 horas, cada una un programa distinto (5 transmiten noticias los jueves, 4 los viernes, 3 los sbados y 2 los domingos). En el horario mencionado la persona X oye radio,

(i).- (2.0 pts) ¿Cuantas secuencias de cuatro programas slo de noticias puede or X? Justificar.

(ii).- (2.0 pts) ¿Cuantas secuencias de cuatro programas al menos dos de los cuales son de noticia puede or X? Justificar.

(iii).- (2.0 pts) Dos de los cuatro das X graba simultneamente tres programas ¿Cuantos grupos de tales grabaciones puede realizar X? Justificar.

PROBLEMA 2: Considere n bolas numeradas de $1, 2, \ldots, n$ y m urnas numeradas $1, 2, \ldots, m$.

(i).- (1.0 pts) Hay una forma natural de asociarle a cada distribucin de las n bolas en las m urnas una y slo una funcin $f : \{1, \ldots, a\} \to \{1, \ldots, b\}$ para a y b enteros apropiadamente escogidos. Diga como escoger a y b en trminos de n y m, y describa dicha "asociacin natural."

(ii).- De cuantas formas distintas se pueden distribuir las bolas en las urnas para que:

(ii.1).- (1.0 pts) Quede una sola bola por urna (asuma $n = m$). Justificar.

(ii.2).- (1.0 pts) Para todo $i \in \{1, \ldots, n\}$ la i-sima bola no quede en la i–sima urna (asuma $n \leq m$). Justificar.

(ii.3).- (1.0 pts) Quede una sola bola por urna y si las urnas i y j contienen las bolas numeradas n_i y n_j respectivamente, entonces $i < j$ si y slo si $n_i < n_j$ (asuma $n \leq m$). Justificar.

(ii.4).- (1.0 pts) Al menos una urna quede vaca (considere slo el caso $m = 3$).[1] Justificar.

<u>Indicacin</u>: Recuerde que $|E_1 \cup E_2 \cup E_3| = |E_1| + |E_2| + |E_3| - |E_1E_2| - |E_1E_3| - |E_2E_3| + |E_1E_2E_3|$.

(iii).- (1.0 pts) Seale (en palabras) cul es la propiedad que satisfacen (o no cumplen) las f asociadas va (i) a las distribuciones descritas en cada una de las sub-partes de (ii).

PROBLEMA 3: Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad.

(i).- (3.0 pts) Sea $E \subseteq \Omega$ tal que $\mathbb{P}(E) \neq 0$. Pruebe que la funcin $\widetilde{\mathbb{P}} : \mathcal{F} \to [0,1]$ tal que $\widetilde{\mathbb{P}}(A) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P}(A \cap E) / \mathbb{P}(E)$ es una medida de probabilidad sobre $(\Omega, \mathcal{F})$.

(ii).- (3.0 pts) Pruebe que: $\mathbb{P}(A \Delta B) = 0 \Longrightarrow \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$.

[1] Se dar puntaje parcial por los casos $m = 1$ y $m = 2$.