Auxiliar # 2 MA26A
Ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones a coeficientes constantes

Miguel C.

1 Problemas

P1. Encontrar la ecuación de las curvas tales que el segmento limitado por los ejes de las tangentes a ellas es dimidiado en el punto de tangencia

P2. Un camino esta cubierto por nieve, para limpiarlo se usara un barrenieves

- La nieve cae de manera uniforme y cte. $(\lambda\frac{Km}{Hr})$
- El barrenieves trabaja sacando un cantidad fija de nieve por unidad de tiempo $(C\frac{Km}{Hr})$
- El ancho del camino es $(h\frac{Km}{Hr})$

El barrenieves empieza a trabajar a las 12, a las 2 de la tarde a avanzado 2 Km, a las 4 de la tarde ha avanzado 3 Km
¿A que hora empezo a nevar?

P3. La ecuación $y(4xy+3)dx + x(3xy+2)dy = 0$ admite un factor integrante $\lambda = x^n \cdot y^m$.
Determine n y m e integre la ecuación usando el factor integrante encontrado

P4. Una varilla homogenea de longitud L, densidad D y sección constante w se mantiene verticalmente de manera que su extremo inferior roza la superficie de un líquido de densidad γ (con $\gamma > D$)
En un momento dado la varilla se suelta, de manera que se undira verticalmente en el líquido, venciendo el empuje que este le aplica
Se pide determinar la ecuación de movimiento de la varilla, y, para el caso en que $L = 1m$, $D = 2\gamma$ determinar el tiempo que demora en hundirse

P5.
1. Si $y' = p$, pruebe que $y''' = p(\frac{dp}{dy})^2 + p^2\frac{d^2p}{dy^2}$
2. utilize lo anterior para resolver la ecuación

$$\frac{y''}{y} = \frac{y'y''' - (y'')^2}{(y')^2}$$

P6. Determinar las curvas tales que la longitud de la normal es igual al radio de curvatura en el mismo punto.
Recuerde que el radio de curvatura en un punto de una curva, en coordenadas cartesianas, está dado por

$$\rho = \frac{[1 + (y')^2]^{3/2}}{y''}$$

P7. Determinar la familia de curvas tales que la proyección sobre el eje OY de la distancia de O a sus tangentes es constante (K). Determinar y bosquejar la envolvente de dichas curvas (si es que existe)

P8.
1. Probar que los operadores $xD + a$ y $D + b$ **No** son permutables
2. Integrar la ecuación $xy'' + (x - 2)y' - 2y = x^3e^{-x}$

P9. Un cuerpo A de hierro y masa unitaria está sujeto a una pared P por medio de un resorte de constante de rigidez $k = 1/4$. La viscosidad del medio en que se desplaza A produce una omortiguación numéricamente igual a su velocidad. Si se considera además la acción sobre A

de un campo magnetico externo I actuando con una fuerza periódica $f(t) = 5\cos(t)$, se pide determinar la ecuación que describe el movimiento del cuerpo cuando para $t = 0$ se tiene $x = X_0$ y $v = 0$

P10. Resolver la edo

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{y}$$

P11. Encontrar las trayectorias ortogonales a la familia de curvas definidas por

$$x^2 + y^2 - ay = 0$$

- Resolver

$$2xy\frac{dy}{dx} + (1+x)y^2 = e^x$$

y probar que la curva integral que pasa por el origen es

$$xy^2 = \sinh x$$

- Dada la EDO.

$$y = \frac{x+y}{x-y}$$

1. Bosqueje el gráfico de las curvas integrales usando el método de las isoclinas
2. Resuelva la EDO. exprese la sol. en coord. polares
3. encuentre las trayectorias ortogonales

P12. En que región del plano estan def. las curvas integrales de

$$y' = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - y}$$

1. Que concavidad tiene la curva integral que pasa por el punto $(3, 1)$ en dicho punto.
2. idem para el punto $(-3, 1)$

P13. Verifique que $y_1 = \tan x$ satisface la EDO.

$$y' = \sec^2 x - (\tan x)y + y^2$$

Resuelva la EDO.

P14. Det. las condiciones para que la EDO.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x_2y}{ax+5y}$$

sea exacta y encontrar la sol.

P15.

1. Se lanza un objeto de masa m al aire con velocidad inicial v_0, resistencia del aire proporcional a la velocidad al cuadrado
   Indicar el valor de v_0 para que su altura maxima sea h.

2. Se deja caer una masa m desde la altura h anterior y se pide demostrar que la velocidad de impacto del objeto contra el piso es menor que la velocidad v_0 del item anterior

P16. Una de las ecuaciones fundamentales en los circuitos electricos es

$$*)\ L\frac{di}{dt} + Ri = E(t)$$

donde L (*henrios*) se denomina la inductancia, R (*homnios*) la resistencia, i (*amperios*) la corriente y E (*voltios*) la fuerza electromotriz o f.e.m. (consideraremos R y L constantes.)

1. Resolver $*)$ cuando $E(t) = E_0$ y la corriente inicial es i_0
2. Resolver $*)$ cuando $E(t) = E_0 \text{sen } \omega t$ y la corriente inicial es i_0