# Control # 3 MA22A.

**Prof: M. Leseigneur.**
**P. Aux: F. Bilbao, M. Carrasco.**
**Fecha: Miércoles 3 de Noviembre de 1999.**

P1.- Sea $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{1}{2}x^tQx - x^tb$$

Donde Q es una matriz de $n \times n$ simétrica definida positiva. Considere el método del gradiente dado por

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k$$

1. Muestre que $g_k = Qx_k - b$
   (Ind: A Simétrica $\Rightarrow \nabla(x^tAx) = 2Ax$)
2. muestre que
   $$\alpha_k = \frac{g_k^t g_k}{g_k^t Q g_k}$$
3. Utilice el método del gradiente para aproximar un miñimo de la funcioñ: $5x^2 + 5y^2 - 2xy - x + y + 11$ donde $\vec{x_0} = (0,0)$ y $\varepsilon =$.
4. Cuantas iteraciones del método de newton son necesarias para llegar al optimo de $f$

P2.-

1. Sea $f(x)$ la función definida por
   $$f(x) = e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(a_i - x_i)^2}$$
   Demostrar que $f(x)$ tiene un máximo global si $x_i = a_i$ para $i = 1, \ldots, n$.
2. Sea $g: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de clase $C^2$ y convexa. Se define : $f(x) = e^{g(x)}$
   Muestre que $f$ es convexa.

P3.- (Problema de interpolación)Suponga que durante un experimento ud. obseva el valor de un función $g$ en $m$ puntos $x_1, \ldots, x_m$ con lo que se conocen los valores de $g(x_1), \ldots, g(x_n)$ Se desea aproximar la funcion $g$ por un polinomio de grado $n$ (o menor) donde $n \leq m$

$$h(x) = a_n x^n + \cdots + a_0$$

Considere ahora $f: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$ def. por:

$$f(a) = \sum_{k=1}^{m}[g(x_k) - h(x_k)]^2$$

1. muestre que $f(a) = a^tQa - 2b^ta + c$
   (Entregue explitamente los valores de $Q, b, c$)
   Ind: $\sum d_i^2 = d^t \cdot d$ donde $d = (d_0, \ldots, d_n)$ y $(Ad)^t(Ad) = d^tA^tAd$.

2. Indique el sistema de ecuaciones que debe resolver para encontrar el polinomio que minimice la suma de los errores al cuadrado en los puntos $x_k$.

3. Considere $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$
   $g(x_1) = 1$, $g(x_2) = 0$, $g(x_3) = 1$
   Encuentre usando b) el polinomio de grado 2 que mejor aproxima $g$.

**Tiempo 3:00 hrs.**