

ECUACIONES DE STURM-LIOUVILLE SINGULARES

HERNÁN CASTRO

Instituto de Matemática y Física, Universidad de Talca

En este trabajo estudiamos la ecuación de Sturm-Liouville singular

$$\begin{cases} -(x^{2\alpha}u')' + u = f(x, u) & \text{in } (0, 1), \\ u(1) = 0, \end{cases}$$

donde $\alpha > 0$ es un parámetro.

Primero nos enfocamos en el problema lineal $f(x, u) = f(x) \in L^2(0, 1)$ donde encontramos condiciones apropiadas en el origen para obtener existencia y unicidad de soluciones. Además determinamos como el parámetro α afecta la regularidad de las soluciones, así como las propiedades del espectro del operador asociado.

Luego consideramos el caso $f(x, u) = \lambda u + |u|^{p-1}u$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $p > 1$, donde atacamos el problema de existencia de soluciones positivas para todo $\alpha > 0$, y estudiamos el comportamiento de soluciones oscilatorias cuando $\alpha \geq 1$.