Sobre el problema de la curvatura Gaussiana prescrita

Carlos Román

Université Pierre et Marie Curie
roman@ann.jussieu.fr

Sea (M, g) una variedad Riemanniana compacta de dimensión 2 de género $g(M) > 1$. Sea $f : M \to \mathbb{R}$ una función suave tal que

$$f \geq 0, \quad f \not\equiv 0, \quad \min_M f = 0.$$

Sea $p_1, \ldots, p_n$ un conjunto cualquiera de puntos donde $f(p_i) = 0$ y $D^2 f(p_i)$ es invertible. Probamos que para todo $\lambda > 0$ suficientemente pequeño existe una familia de métricas conformes $g_\lambda = e^{u_\lambda} g$ tales que su curvatura Gaussiana está dada por la función

$$K_{g_\lambda} = -f + \lambda^2.$$

Además, la familia u_λ satisface

$$u_\lambda(p_j) = -4 \log \lambda - 2 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \log \frac{1}{\lambda} \right) + O(1)$$

y

$$\lambda^2 e^{u_\lambda} \rightharpoonup 8\pi \sum_{i=1}^{n} \delta_{p_i}, \quad \text{as } \lambda \to 0,$$

donde δ_p denota la masa de Dirac en el punto p.
Discutiré también posibles extensiones de este resultado, incluyendo el caso $g(M) = 1$. Este en un trabajo conjunto con Manuel del Pino.