Ma5201 Complejidad Computacional	**21 de Abril de 2012**

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi — *Prof. Auxiliar: P. Muñoz, D. Salas*

TIEMPO: 4.5 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- (1.5 pts) Pruebe que para todo lenguaje regular $L \subseteq \Sigma^*$ existe una constante $p > 0$ tal que, para cualesquiera tres palabras z_1, z_2 y z_3, donde $z = z_1 z_2 z_3 \in L$, y $|z_2| = p$, existen $u, v, w \in \Sigma^*$ tales que $z_2 = uvw$, $|v| \geq 1$, y $z_1 u v^n w z_3 \in L$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

(ii).- (1.5 pts) Pruebe que $L = \left\{0^i 1^j 0^j \,:\, i, j > 0\right\}$ no es regular.

(iii).- (3.0 pts) Sea $A \subseteq \Sigma^*$ un lenguaje. Se define

$$\mathrm{Drop}\,(A) \;= \{xz \,:\, xaz \in A, \text{donde } x, z \in \Sigma^* \text{ y } a \in \Sigma\}\;.$$

Pruebe que si L es regular, entonces $\mathrm{Drop}\,(L)$ también es regular.

PROBLEMA 2:

(i).- (1.5 pts) Se dice que un autómata finito no-determinista es *ambiguo* si acepta alguna palabra vía al menos dos secuencias distintas de transiciones no-deterministas. Sea $\mathrm{AMBIG}_{\mathrm{AFN}}$ la colección de codificaciones de autómatas no-deterministas N, o sea $\langle N \rangle$, tales que N es ambiguo. Pruebe que $\mathrm{AMBIG}_{\mathrm{AFN}}$ es decidible.

(ii).- (1.5 pts) Una máquina de Turing probabilista R es una máquina de Turing determinista que además de su cinta de entrada cuenta con una cinta adicional llamada *cinta aleatoria*. La cinta aleatoria es tal que al comienzo de la ejecución de R cada celda de la cinta toma el valor 0 o 1 con probabilidad $1/2$ (independiente del valor que tomen las otras celdas de la cinta). Decimos que L es un lenguaje reconocido por una máquina de Turing probabilista R si se cumplen las siguientes condiciones:

- Si $\omega \in L$ y R recibe como entrada ω, entonces R acepta ω con probabilidad al menos $2/3$ (donde la probabilidad es sobre los posibles contenidos de la cinta aleatoria de R).
- Si $\omega \in L$ y R recibe como entrada ω, entonces R no acepta ω cualquiera sea el contenido de su cinta aleatoria.

Pruebe que si L reconocible por una máquina de Turing probabilista, entonces L es reconocible.

(iii).- Sean $A \subseteq \Sigma_A^*$ y $B \subseteq \Sigma_B^*$ lenguajes. Se dice que A mucho-a-uno reduce a B, denota $A \leq_m B$ si existe una función $f : \Sigma_A^* \to \Sigma_B^*$ totalmente recursiva tal que $\omega \in A$ si y solo si $f(w) \in B$. Pruebe que,

> (iii.1).- (0.75 pts) Si B es decidible (respectivamente reconocible) y $A \leq_m B$, entonces A es decidible (respectivamente reconocible).
>
> (iii.2).- (0.75 pts) Si $A \leq_m B$ y B es regular. El lenguaje A ¿también es regular? Justifique su respuesta.

(iv).- (1.5 pts) Sea $\mathrm{EQ}_{\mathrm{mT}}$ la colección de codificaciones de pares de máquinas de Turing (M_1, M_2), o sea $\langle M_1, M_2 \rangle$, tales que $L_{M_1} = L_{M_2}$. Pruebe que $\mathrm{EQ}_{\mathrm{mT}}$ es indecidible.

Nota: Puede utilizar los resultados de indecidibilidad de los lenguajes vistos en cátedra y/o auxiliar.