Ma50b Complejidad Computacional **17 de Julio de 2010**

Examen

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: R. Briceño*

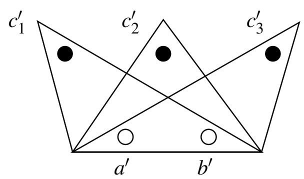
TIEMPO: 3.5 HRS.

PROBLEMA 1:

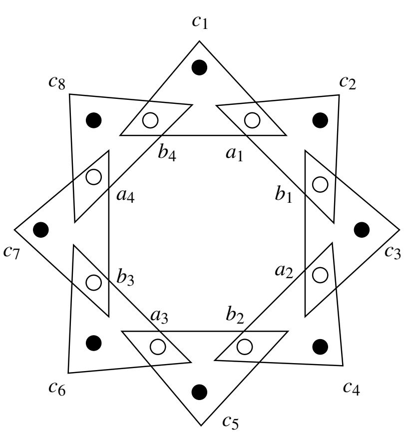
(i).- (3.0 pts) Se define el lenguaje CYCLE (por *cycle*) como la colección de secuencias $\langle G \rangle$ donde G es un digrafo que contiene un cíclo dirigido. De las clases de complejidad vistas en el curso, indique la clase $\mathcal{C}$ mas pequeña (ordenadas por inclusión) a la que CYCLE pertenece. Demuestre la correctitud de su afirmación. ¿CYCLE es completo para $\mathcal{C}$? Justifique su respuesta.

(ii).- (3.0 pts) Se define el lenguaje XC (por *exact three cover*) como la colección de $\langle (U,F) \rangle$ donde $F \subseteq \binom{U}{3}$ y tal que existe $P \subseteq F$ partición de U. Pruebe que 3SAT $\leq_P$ XC.

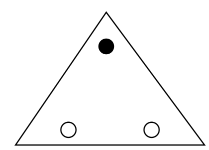
<u>Indicación</u>: Pueden serle útiles las siguientes gadgets:



Gadget de claúsula



Gadget de literal



Dummy gadget

PROBLEMA 2:

(i).- (3.0 pts) Rehaga la demostración vista en clase auxiliar (u otra que conozca/encuentre) del siguiente resultado: IP $\subseteq$ PESPACIO.

(ii).- El objetivo de este problema es probar el siguiente resultado: BPP $\subseteq$ ZPP$^{\mathrm{NP}}$.

> (ii.1).- (1.5 pts) Sea $L \in$ BPP y M la máquina de Turing tipo BPP que decide L en tiempo $p(n)$ con probabilidad de error $1/2^n$. Sea Ω el conjunto de los $\vec{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_{p(|\omega|)})$ tales que $\rho_i \in \{0,1\}^{p(|\omega|)}$ para todo $i = 1, \ldots, q(|\omega|)$, donde $q(\cdot)$ es un polinomio. Pruebe que para $|\omega| = \Omega(1)$,
>
> $$\begin{aligned} \omega \in L &\implies \forall \vec{\rho} \in \Omega, \exists t \in \{0,1\}^{p(|\omega|)}, \wedge_{i=1}^{m} (M(\omega, \rho_i \oplus t) = 1)\ , \\ \omega \notin L &\implies \forall \vec{\rho} \in \Omega, \exists t \in \{0,1\}^{p(|\omega|)}, \wedge_{i=1}^{m} (M(\omega, \rho_i \oplus t) = 0)\ . \end{aligned}$$
>
> <u>Indicación</u>: Use el método probabilista.

(ii.2).- (1.5 pts) Pruebe que $\mathrm{BPP} \subseteq \mathrm{ZPP}^{\mathrm{NP}}$.

Indicación: Sea $L \in \mathrm{BPP}$ y M la máquina de Turing tipo BPP que decide L en tiempo $p(n)$. Considere el experimento que consiste en, dado ω, elegir $\rho_1, \ldots, \rho_m \in_R \{0,1\}^{p(|\omega|)}$, $m = q(|\omega|)$, y para cada $\sigma \in \{0,1\}$ determinar, con la ayuda de un oráculo, la veracidad de "$\forall t \in \{0,1\}^{p(|\omega|)}, \vee_{i=1}^{m} M(\omega, \rho_i \oplus t) = \sigma$".