Ma50b Complejidad Computacional **24 de Abril de 2010**

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: R. Briceño*

TIEMPO: 4.5 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- Determine si los siguientes lenguajes son o no regulares:

(i.1).- (1.5 pts) $L = \{0^m 1^n : m \neq n\}$.

(i.2).- (1.5 pts) D tal que $\omega \in D$ si y solo si 01 y 10 ocurren el mismo número de veces en ω (e.g. $101 \in D$ pero $1010 \notin D$).

(ii).- Sea Σ un alfabeto finito y $L \subseteq \Sigma^*$ tales que $\omega \in L$ si $\omega_n \notin \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{n-1}\}$, donde $n = |\omega|$.

(ii.1).- (1.5 pts) Pruebe que existe un autómata finito no-determinista con $|\Sigma| + 2$ estados que acepta L.

(ii.2).- (1.5 pts) Pruebe que no existe un autómata finito determinista con menos de $2^{|\Sigma|+1} - 1$ que acepte L.

Indicación: Construya el conjunto Ω de secuencias en Σ^* partiendo con la palabra vacía. Además, para cada S subconjunto no vacio de Σ tome dos palabras ω_0^S y ω_1^S en que ocurren todos los caracteres en S y tales que $\omega_0^S \in L$ y $\omega_1^S \notin L$ y agreguelas a Ω.

PROBLEMA 2:

(i).- Sean A y B subconjuntos no triviales de Σ^*.

(i.1).- (1.5 pts) Pruebe que si A es decidible, entonces $A \leq_m B$.

(i.2).- (1.5 pts) Pruebe que si $A \setminus B$ y $B \setminus A$ son decidibles, entonces $A \leq_m B$.

(ii).- (3.0 pts) Considere una máquina de Turing determinista standard donde la cabeza lectora puede quedarse sobre una celda o moverse a la derecha (pero no a la izquierda), i.e. su función de transición tiene la forma

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{S, R\}.$$

Pruebe que L es reconocido por esta variante de máquinas de Turing si y solo si L es regular.

PROBLEMA 3:

(i).- (3.0 pts) Suponga que L es reconocible pero no decidible. Pruebe que para cualquier máquina de Turing M tal que $L_M = L$ existe un conjunto infinito de entradas en las que M no se detiene.

(ii).- (3.0 pts) Sea L un lenguaje reconocible y no finito. Pruebe que existe $D \subseteq L$ tal que D tampoco es finito y pero si es decidible.