Ma50b Complejidad Computacional **18 de Junio de 2009**

Control 3

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: I. Fantini, T. González*

TIEMPO: 4.0 HRS.

PROBLEMA 1: Pruebe que si NP $\subseteq$ BPP, entonces NP $=$ RP

Indicación: Pruebe que si se cumple la hipótesis, entonces SAT $\in$ RP.

PROBLEMA 2: Sea BPL el conjunto de lenguajes L para los que existe una máquina de Turing probabilista M a tiempo polinomial y espacio logarítmico tal que:

$$\begin{aligned} \omega \in L \quad &\Longrightarrow \quad \mathbb{P}_\rho\left(M(\omega,\rho) = acep\right) \geq \frac{2}{3}\,, \\ \omega \notin L \quad &\Longrightarrow \quad \mathbb{P}_\rho\left(M(\omega,\rho) = acep\right) \leq \frac{1}{3}\,. \end{aligned}$$

Pruebe que BPL $\subseteq$ P.

Indicación: Considere M máquina de Turing probabilista a espacio logarítimico. Asociele a una transición de M una matriz estocástica (determine los coeficientes y el tamaño de la matríz).

PROBLEMA 3: Demuestre que $\mathrm{NP}^{\mathrm{SAT}} \subseteq \Sigma_2$

Indicación: El resultado que se pide probar se demostró en cátedra.

PROBLEMA 4: Para una máquina de Turing no-determinista N que se detiene cualquiera sea su entrada y rama de cálculo, se define $f_N : \Sigma_N^* \to \mathbb{N}$ como la función que en $\omega \in \Sigma_N^*$ es igual al número de ramas del árbol de cálculo de N que terminan en aceptación. Se define la clase #P como el conjunto de *funciones* f_N tales que N es un máquina de Turing no-determinista a tiempo polinomial.

Sea P^{PP} la clase de lenguajes decididos por máquinas de Turing a tiempo polinomial con acceso a un oráculo en PP. Además, sea $\mathrm{P}^{\#\mathrm{P}}$ la clase de lenguajes también decididos por máquinas de Turing a tiempo polinomial, pero ahora con acceso a un oráculo f en #P (en este caso, la máquina al consultar al oráculo por ω, obtiene en un paso el valor de $f(\omega)$, resultado que queda en una cinta especial de respuesta con su cabeza lectora sobre la primera celda de la cinta).

(i).- (2.0 pts) Pruebe que $\mathrm{NP} \subseteq \mathrm{P}^{\#\mathrm{P}}$ y que $\mathrm{P}^{\mathrm{PP}} \subseteq$ PESPACIO.

(ii).- (4.0 pts) Pruebe que $\mathrm{P}^{\#\mathrm{P}} = \mathrm{P}^{\mathrm{PP}}$.