Ma50b Complejidad Computacional **12 de Abril de 2008**

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: P. Camacho*

TIEMPO: 4.0 HRS.

PROBLEMA 1:

(i).- (3.0 pts) Pruebe que los lenguajes regulares son cerrados bajo la siguiente operación:

$$\text{mín}(L) = \{\omega \in L : \forall 0 < i < |\omega|, \omega_1 \cdots \omega_i \notin L\} .$$

(ii).- (3.0 pts) Se dice que $U = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ es un *autómata finito universal (AFU)* si es como un autómata finito no-determinista donde ahora

$$\delta : Q \times \Sigma \to 2^Q \setminus \{\emptyset\} .$$

Decimos que U acepta ω si *para toda* secuencia $q_1, \ldots, q_n \in Q$ tal que $q_{i+1} \in \delta(q_i, \omega_i)$ si $0 \leq i < n$ se tiene que $q_n \in F$. Pruebe que si L es un lenguaje aceptado por un AFU, entonces L es un lenguaje regular.

PROBLEMA 2:

(i).- (3.0 pts) Sea L un lenguaje de libre contexto y R un lenguaje regular. Pruebe que $L \cap R$ es lenguaje de libre contexto.

(ii).- (3.0 pts) Sea $L = \{a^n b^m : n \neq m, n \neq 2m\}$. Pruebe que L es lenguaje libre de contexto.

Indicación: Considere 3 lenguajes asociados a L y use propiedades de clausura.

PROBLEMA 3:

(i).- (3.0 pts) Una máquina de Turing se dice de *re-escritura única* si es una máquina de Turing que puede re-escribir una celda *a lo más* una vez. Pruebe que una máquina de Turing de *re-escritura única* con una cinta, es equivalente a una máquina de Turing.

Indicación: Use muuuuuucha cinta.

(ii).- (3.0 pts) Pruebe que $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje reconocible si y sólo si existe D lenguaje decidible tal que $L = \{\omega \in \Sigma^* : \exists \pi \in \Gamma^*, \omega \# \pi \in D\}$, donde Γ es un conjunto finito y # es un símbolo que no pertenece a $\Sigma \cup \Gamma$.

Indicación: Hay varias formas de abordar este problema. Una posibilidad consiste en considerar que π es una codificación del número de transiciones necesarias para aceptar $\omega \in L$. Otra posibilidad es ver π como una prueba de que $\omega \in L$, e.g. una secuencia apropiada de descripciones instantáneas asociadas a ω.