MA50B Complejidad Computacional **13 de Abril, 2002**

Control 1

Profesor: M. Kiwi **Auxiliar: E. Moreno**

Tiempo: 4.0 hrs.

Problema 1:

(i).- (2.0 pts) Dado un lenguaje L cualquiera, definimos $L/2 = \{x : \exists y, |x| = |y|, xy \in L\}$. Pruebe que si L es regular, entonces también lo es $L/2$.

(ii).- (2.5 pts) Sea L el lenguaje reconocido por el autómata finito no–determinista de la Figura 1. Pruebe que cualquier autómata finito determinista que reconoce a L debe tener al menos 2^n estados.

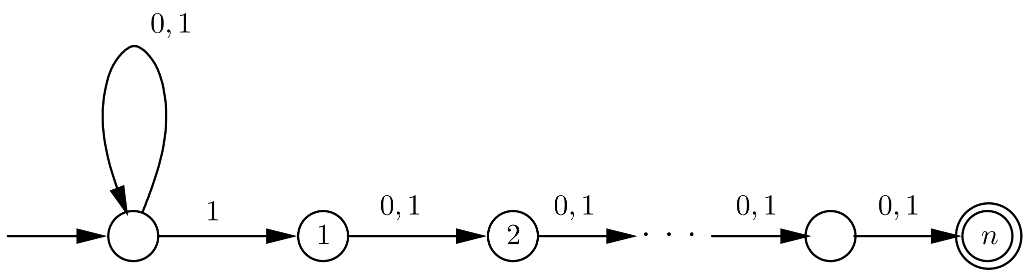

Figura 1: Autómata finito no–determinista.

(iii).- (1.5 pts) Pruebe que para todo lenguaje de libre contexto L, si p es la constante de bombeo, entonces:

(iii.1).- $L \neq \emptyset$ si y sólo si existe $\omega \in L$ tal que $|\omega| \leq p$.

(iii.2).- $|L| = +\infty$ si y sólo si existe $\omega \in L$ tal que $p < |\omega| \leq 2p$.

Problema 2:

(i).- Una gramática de contexto sensible $G = (V, \Sigma, R, S)$ se define en forma análoga a una gramática de contexto libre, pero ahora $x \to y$ es una regla de producción si

$$x, y \in (V \cup \Sigma)^* \qquad \text{y} \qquad |x| \leq |y|\,.$$

Sea L el lenguaje sobre el alfabeto $\{0,1\}$ tal que $\omega \in L$ si y sólo si existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $\omega = \omega^{(1)}\omega^{(2)}\cdots\omega^{(n)}$, $|\omega^{(i)}| = 0^{2^{i-1}}1^{2^{i-1}}$, $i = 1,\ldots,n$. Explicite una gramática de contexto sensible G que genere L.

(ii).- Un autómata finito de doble sentido es una autómata finito cuya entrada esta flanqueada por dos símbolos especiales \$ y # y cuya cabeza lectora puede moverse en ambos sentidos entre dichos símbolos (pero no puede escribir en la cinta).

Pruebe que si L es reconocido por un autómata finito de doble sentido, entonces L es un lenguaje regular.

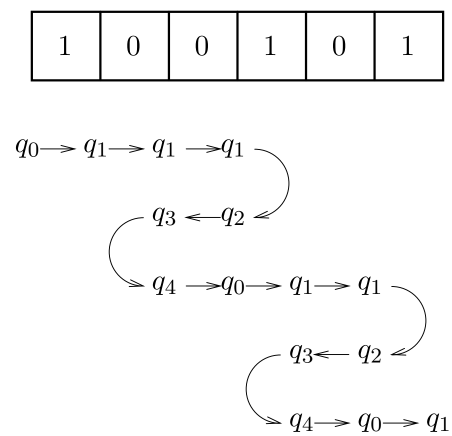

Figura 2: Evolución de autómata de doble sentido.

<u>Indicación:</u> Considere la evolución de un autómata de doble sentido en la forma como se ilustra en la Fig. 2. Asocie a un autómata de doble sentido D un autómata finito cuyos posibles estados son una posible secuencia de estados de D al cruzar una misma frontera entre dos celdas de su cinta.

Problema 3:

(i).- Pruebe que $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje reconocible si y sólo si existe $D \subseteq \Sigma^*$ lenguaje decidible tal que $L = \{\omega \in \Sigma^* \,:\, \exists \pi, \langle \omega, \pi \rangle \in D\}$.

<u>Indicación</u>: La validez de una demostración es decidible por una mT.

(ii).- Sea $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Decimos que una mT M opera en tiempo $g(n)$ si cualquiera sea su entrada $\omega \in \Sigma_M^*$ esta se detiene en a lo más $g(|\omega|)$ pasos (en el caso de mT no–deterministas la cota debe satisfacerse en cada una de las ramas de cálculo de la máquina).

Pruebe que un lenguaje decidido por una mT no–determinista con k cintas a tiempo $f(n)$ puede ser decidido por una mT no–determinista con dos cintas en tiempo $O(f(n))$.