Ma31a Elementos de Álgebra **08 de Septiembre, 2007**

Control 1

Prof. Cátedra: M. Kiwi *Prof. Auxiliar: R. Cortez*

Tiempo 4.0 hrs.

Problema 1:

(i).- (3.0 pts) Sean G, G_1 y G_2 grupos. Pruebe que si G es isomorfo a $G_1 \times G_2$, entonces existen subgrupos H y K de G isomorofs a G_1 y G_2 respectivamente, tales que

- $H \cap K = \{1_G\}$,
- $HK = G$, y
- $hk = kh$ para todo $h \in H$ y $k \in K$.

(ii).- (3.0 pts) Rehacer la demostración del siguiente resultado visto en clases:

Lema 1 *Si P es un p-subgrupo de Sylow de G y $g \in N(P)$ tiene orden potencia de p, entonces $g \in P$.*

Indicación: Considere la pre-imágen a través del morfismo canónico del generado por $[g]$ en un espacio cuociente apropiado.

Problema 2: Determinar (salvo isomorfismos) todos los grupos de orden 18.

Problema 3:

(i).- (2.0 pts) Encuentre 4 subgrupos distintos de S_4 isomorfos a S_3 y 9 subgrupos isomorfos a S_2.

(ii).- Considere las permutaciones $\alpha = (123)$ y $\beta = (147)(258)(369)$ en S_9. Sea P el subgrupo de S_9 generado por α y β.

(ii.1).- (1.5 pts) Pruebe P tiene orden al menos $81 = 3^4$.
Indicación: Recuerde que $\sigma(i_1 i_2 \ldots i_k)\sigma^{-1} = (\sigma(i_1)\sigma(i_2)\ldots\sigma(i_k))$
(ii.2).- (1.5 pts) Pruebe que P es un 3-grupo.
(ii.3).- (1.0 pts) Concluya que P es un subgrupo de Sylow no-abeliano.