ESTUDIO DE ALGUNAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE CARÁCTER CUASILINEAL ELÍPTICO

Esta tesis tiene como objetivo el estudio de tres problemas que se enmarcan dentro de la línea de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales elípticas.

En el problema 1, estudiaremos existencia de una solución no trivial (u, v) de

$$(S)\left\{\begin{array}{l} -\operatorname{div}\left(\phi_1(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial u}(x,u,v) \quad \text{en } \Omega, \\ -\operatorname{div}\left(\phi_2(|\nabla v|)\frac{\nabla v}{|\nabla v|}\right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial v}(x,u,v) \quad \text{en } \Omega, \\ u = v = 0 \text{ sobre } \partial\Omega, \end{array}\right.$$

donde $\lambda \in$ IR, Ω es un conjunto abierto acotado regular, φ_i $(i = 1, 2)$ son homeomorfismos impares crecientes desde IR sobre IR, y H: $\Omega \times$ IR $\times$ IR $\to$ IR es una función de Caratheodory que satisface ciertas condiciones de crecimiento. En este sentido, analizaremos un problema de mínimo asociado a los funcionales correspondientes a nuestro sistema. Mostraremos primero que el problema de mínimo tiene al menos una solución (u_0, v_0), y luego, mediante una regla de multiplicadores de Lagrange generalizados, probaremos la existencia de un parámetro no nulo λ_0, tal que (λ_0, u_0, v_0) es una solución no trivial del sistema (S).

En el problema 2, probaremos existencia de soluciones de

$$\left\{\begin{array}{l} -\operatorname{div}\left(\phi(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) = \lambda\, g(x)\, \phi(u) \ \text{ en } \mathbb{R}^N, \\ u > 0 \ \text{ en } \mathbb{R}^N, \ \lim\limits_{|x|\to+\infty} u(x) = 0, \end{array}\right.$$

donde $\lambda \in$ IR, $g \in L^\infty(IR^N)$, y la función φ es como en el problema anterior. Con respecto a la existencia de soluciones de la ecuación, aplicaremos un resultado clásico de multiplicadores de Lagrange en un esquema similar al problema 1. Además, usando un método de iteraciones de Moser, el cual produce una desigualdad tipo Harnack, probaremos continuidad Holder local, positividad y decaimiento asintótico de las soluciones del problema.

En el problema 3, describiremos el conjunto de soluciones separables de la ecuación elíptica degenerada $-\nabla\cdot(|\nabla u|^{p-2}\nabla u) + |u|^{q-1}u = 0$ en $IR^2 \setminus \{0\}$, $1 < p < q + 1$, bajo la forma $u(r, \theta) = r^{-\beta}\,\omega(\theta)$, $(r, \theta) \in (0, \infty) \times S^1$, para algún $\beta \in$ IR, a través de las soluciones p-harmónicas separables singulares, combinado con un método shooting en dimensión 2, y un análisis de plano de fase.